

Ашурова Гузел Рашитхужақызы
«8D05401 – Математика» білім беру бағдарламасы бойынша
философия докторы (PhD) дәрежесіне диссертация
Өзгешеленген эволюциялық теңдеулерге қойылған кері есептер
АҢДАТПА

Тақырыптың өзектілігі: Дифференциалдық теңдеулерге арналған кері есептер физика, инженерия, биология және медицина сияқты ғылым мен техника салаларында маңызды рөл атқарады. Олар жүйенің характеристикасын бақылау негізінде белгісіз параметрлерді немесе бастапқы шарттарды қалпына келтіруге мүмкіндік береді. Сызықты және сызықты емес кері есептер үшін өзгешеленген параболалық теңдеулер ерекше қызығушылық тудырады, өйткені бұл теңдеулер көптеген маңызды процестерді, соның ішінде жылу өткізгіштік, диффузия және әртүрлі орталардың динамикасын сипаттайды.

Параболалық теңдеулер, әсіресе олардың өзгешеленген формасында, уақыт пен кеңістікте теңдеудің типін өзгерту сияқты ерекшеліктерге ие, бұл олардың зерттеуін күрделі және өзекті етеді. Мысалы, фазалық ауысулармен орталарда немесе жылу өткізгіштігі нөлге ұмтылатын гетерогенді материалдарда жылу өткізгіштік процестерін сипаттауда өзгешеленген параболалық теңдеулер пайда болады.

Мұндай теңдеулер үшін кері есептердің шешілімділігін зерттеу берілген деректер бойынша теңдеудің коэффициенттерін, бастапқы және шекаралық шарттарды қалпына келтіру әдістерін әзірлеуді қамтиды. Бұл есептер әдетте оңтайландыру немесе экстремум есептері ретінде тұжырымдалады, бұл функционалдық талдау, операторлар теориясы және сандық әдістерді қолдануды талап етеді.

Осы диссертациялық жұмыстың негізгі мақсаты өзгешеленген эволюциялық теңдеулер үшін сызықты және сызықты емес кері есептердің шешілімділігін зерттеу болып табылады. Бұған мыналар кіреді:

- өзгешеленген параболалық теңдеулер үшін кері есептерді шешу әдістерін талдау және оларды сызықты емес жағдайларға жалпылау.
- мұндай есептерді шешу үшін өзгешеленген теңдеулердің ерекшеліктерін ескере отырып, жаңа әдістер мен алгоритмдерді әзірлеу.

-есептердің шешілуін теориялық талдау, оның ішінде шешімдердің болуы мен жалғыздығын дәлелдеу.

-қолданылған әдістерді практикалық есептерге қолдану, мысалы, гетерогенді ортадағы жылу өткізгіштік коэффициенттерін қалпына келтіру немесе күрделі жүйелердегі жылу көздерін анықтау.

Осылайша, бұл жұмыс өзгешеленген эволюциялық теңдеулер үшін кері есептерді шешу әдістерін терең зерттеуге және дамытуға бағытталған, бұл ғылым мен техниканың әртүрлі салалары үшін маңызды теориялық және практикалық маңызға ие.

Кері есептердегі қосымша белгісіз функциялардың болуы дифференциалдық теңдеулердің белгілі бір класы үшін табиғи болатын шекаралық шарттармен қатар кейбір қосымша шарттарды - қайта анықтау шарттарын қояды талап етеді. Бұл жұмыста әдебиетте интегралдық қайта анықтау шарттары деп аталатын қайта анықтау шарттары қолданылады. Интегралдық қайта анықтау шарттары бар Сызықты және сызықты емес коэффициенттік кері есептер классикалық (эллиптикалық, параболалық және гиперболалық) және бейклассикалық дифференциалдық теңдеулер үшін жеткілікті зерттелген. Бірақ уақыт айнымалысы бойынша өзгешеленген параболалық теңдеулер үшін интегралдық қайта анықтау шарттары бар коэффициенттік кері есептер бұрын зерттелмеген.

Әдебиеттерге шолу

Дифференциалдық теңдеулерге арналған кері есептерді зерттеу заманауи математикалық талдау мен қолданбалы математиканың негізгі салаларының бірі болып табылады. Кері есептер жүйенің характеристикасын бақылау негізінде белгісіз параметрлерді немесе бастапқы шарттарды қалпына келтіруге мүмкіндік береді. Атап айтқанда, өзгешеленген эволюциялық теңдеулер үшін сызықты және сызықты емес кері есептер үлкен қызығушылық тудырады, өйткені бұл теңдеулер жылу өткізгіштік, диффузия және басқа да физикалық процестер модельдерінде жиі кездеседі.

Параболалық теңдеулер мен теңдеулер жүйелері үшін сызықты және сызықты емес кері есептер саласындағы зерттеулер бағыттарының ішінде Орловский Д.Г., Денисов А.М., Исаков В., М. Yamamoto, Кожанов А.И., Lorenzi A.,

Белов Ю.Я., Аниконов Ю.Е. және басқа авторлардың еңбектерін атап өтуге болады. Навье-Стокс теңдеулері үшін кері есептердің болуы туралы теоремаларды дамуы Дирихле есебінің жалғыз шешілуі туралы Ладыженская О.А., Лионс Ж.Л. және басқалардың $n = 2$ жағдайындағы болжамдарына негізделген, 1989 жылы Васин И., Прилепко А.И. жүргізген, кейін бұл тәсіл Абылкаиров У.У., Айтжанов С.Е. еңбектерінде жылу конвекциясы жүйесінің теңдеулері үшін жүйелі түрде қолданылған. Сонымен қатар, банах кеңістіктеріндегі абстрактты эволюциялық теңдеулерге арналған жұмыстар Орловский Д.Г., Федоров В.Е. және басқаларымен орындалды. Бұл жұмыстарда мұндай есептерді шешуге арналған әртүрлі әдістер мен тәсілдер егжей-тегжейлі қарастырылған, бұл олардың ерекшеліктері мен мүмкін қосымшаларын тереңірек түсінуге мүмкіндік береді.

Дербес туындылы өзгешеленген дифференциалдық теңдеулер мен теңдеулер жүйелері саласындағы зерттеулерге келетін болсақ, Олейник О.А., Раткевич Е.В., Фикера Г., Салахитдинов М.С., Терсенов С.А., Кальменов Т.Ш., Врагов В.Н., Егоров И.Е., Кожанов А.И., Джамалов С.З., Камынин В.Л., Иванчов М., Бердышев А.С. және т.б. авторлардың еңбектерін атап өтуге болады.

Көптеген зерттеушілер дербес туындылы өзгешеленген дифференциалдық теңдеулерге арналған тура есептердің шешілуін зерттеді. Бұл нәтижелерді біздің диссертациялық жұмысымыздың контекстінде толығырақ қарастырамыз. Кожанов А.И., Мациевская Е.Е. жұмысында әртүрлі қойылымдардағы айнымалы эволюция бағытымен өзгешеленген параболалық теңдеулер зерттеледі

$$\varphi(t)u_t - \psi(t)\Delta u + c(x, t)u = f(x, t)$$

мұнда $\varphi(t)$ функциясы кез келген түрде белгісін өзгерте алады және $[0, T]$ кесіндісінің оң өлшемді жиыншада нөлге тең болуы мүмкін. $\psi(t)$ функциясы $[0, T]$ кесіндісінде барлық жерде теріс емес. Қарастырылған есеп үшін шешімнің бар және жалғыздық теоремалары дәлелденген.

Жұмыстағы барлық құрылымдар мен пайымдаулар Лебег кеңістіктері L_p және Соболев кеңістіктері W_p^l негізінде жүргізіледі.

Өзгешеленген эволюциялық теңдеулер үшін кері есептер теориясы мен шешу әдістері саласындағы елеулі жетістіктерге қарамастан, көптеген сұрақтар ашық күйінде қалып отыр.

Эволюциялық теңдеулер үшін өзгешеленген кері есептердің шешілуі туралы осы диссертацияда алынған нәтижелер маңызды мәнге ие және осы саладағы басқа жұмыстардан тәуелсіз қолданылуы мүмкін.

Жұмыстың негізгі мақсаты және жаңалығы

Зерттеудің негізгі мақсаты - өзгешеленген эволюциялық теңдеулер үшін сызықты және сызықты емес кері есептердің шешілу мәселелері.

Зерттеу міндеттері:

- эволюция бағытын өзгерте алатын өзгешеленген параболалық теңдеуге қойылған уақыт бойынша коэффициенттерді анықтау сызықты кері есептің шешімділігін дәлелдеу.
- эволюция бағытын өзгерте алатын өзгешеленген параболалық теңдеуге қойылған уақыт бойынша коэффициенттерді анықтау сызықты емес кері есептің шешімділігін дәлелдеу.
- эволюция бағытын өзгерте алатын өзгешеленген параболалық теңдеуге қойылған кеңістіктік типтегі коэффициенттерді анықтау сызықты кері есептің шешімділігін дәлелдеу.
- эволюция бағытын өзгерте алатын өзгешеленген параболалық теңдеуге қойылған кеңістіктік типтегі коэффициенттерді анықтау сызықты емес кері есептің шешімділігін дәлелдеу.
- эволюция бағытын өзгерте алатын өзгешеленген параболалық теңдеуге қойылған кеңістіктік типтегі коэффициенттерді анықтау сызықты емес кері есептің шешімінің жалғыздығын дәлелдеу.
- қатты өзгешеленген параболалық теңдеуге қойылған сызықты емес кері есептің шешімділігін дәлелдеу.
- қатты өзгешеленген параболалық теңдеуге қойылған сызықты емес кері есептің шешімінің жалғыздығын дәлелдеу.

Зерттеу объектісі: өзгешеленген эволюциялық теңдеулер үшін сызықты және сызықты емес кері есептер.

Зерттеу пәні: өзгешеленген эволюциялық теңдеулер үшін әртүрлі қойылымдардағы коэффициенттік кері есептердің шешілуі.

Зерттеу әдістемесі: Бұл диссертациялық жұмыста жалпы дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер теориясының әдістері, функционалдық және математикалық талдау әдістері, сондай-ақ қосымшалар теоремалары қолданылады. Қойылған есептер үшін шешімдердің бар болуы мен жалғыздығын дәлелдеу техникасы бастапқы кері есептен тиісті интегро-дифференциалдық теңдеуге жаңа тура шекаралық-бастапқы есепке көшуге негізделген. Тура шекаралық (немесе бастапқы -шекаралық) есептің шешілуін орнату үшін жұмыста параметр бойынша жалғастыру әдісі, кесетін функциялар әдісі, априорлық бағалау әдісі және енгізу теоремалары сияқты әртүрлі әдістер қолданылады.

Тура есептің шешімінің бар болуынан кері есептің шешімділігі туралы қорытынды жасауға болады. Бұл тура есептің шешімі кері есептің шешілуінің қажетті шарты болып табылатындығына байланысты, өйткені кері есеп теңдеудің белгілі бір характеристика деректері негізінде параметрлерді қалпына келтіруді болжайды. Осылайша, тура есептердің шешімдерінің бар болуы туралы алынған нәтижелер кері есептерді қарастыру үшін қажетті негіз болып табылады. Олар белгілі бір деректерден теңдеудің параметрлерін қалпына келтірудің негізгі мүмкіндігін орнатады. Бұл кері есептер теориясын тура есептер теориясымен байланыстырады және осындай есептерді шешу кезінде екі аспектіні де түсінудің маңыздылығын көрсетеді.

Ғылыми жаңалық. Өзгешеленген эволюциялық теңдеулерге арналған коэффициенттік кері есептердің шешілуі, §§1.1-1.2, §§2.1-2.2 және §§3.1, §§4.1 тарауларында қарастырылған, бұрын зерттелмеген, және осы жұмыста алынған шешімдердің шешімділігі туралы теоремалар тәуелсіз құндылыққа ие.

Жұмыстың теориялық және практикалық маңызы. Диссертацияның нәтижелері теориялық сипатқа ие. Онда сызықты емес теңдеу үшін кесек әдісі, кері есепті жүктелген интегро-дифференциалдық теңдеуге ауыстыру әдісі, реттеу әдісі, алдын ала бағалау әдістері, кері есептің шешілуін дәлелдеу үшін дербес туындылы өзгешеленген дифференциалдық теңдеулер үшін қосымшалар теоремалары қолданылады. Бұл жұмыстың практикалық

маңызы зерттеу нәтижелері жылу тасымалдау процестерін математикалық модельдеу, техникалық құрылғыларды жобалау, медициналық диагностика және т.б. сияқты әртүрлі салалардағы проблемаларды шешуге қолданбалы маңыздылығымен анықталады.

Қорғауға ұсынылатын тұжырымдар. Қорғауға ұсынылады: - эволюция бағытын өзгерте алатын өзгешеленген параболалық теңдеуге қойылған уақыт бойынша коэффициенттерді анықтау сызықты кері есептің шешімділік теоремалары.

- эволюция бағытын өзгерте алатын өзгешеленген параболалық теңдеуге қойылған уақыт бойынша коэффициенттерді анықтау сызықты емес кері есептің шешімділік теоремалары.

- эволюция бағытын өзгерте алатын өзгешеленген параболалық теңдеуге қойылған кеңістіктік типтегі коэффициенттерді анықтау сызықты кері есептің шешімділік теоремалары.

- эволюция бағытын өзгерте алатын өзгешеленген параболалық теңдеуге қойылған кеңістіктік типтегі коэффициенттерді анықтау сызықты емес кері есептің шешімділік теоремалары.

- эволюция бағытын өзгерте алатын өзгешеленген параболалық теңдеуге қойылған кеңістіктік типтегі коэффициенттерді анықтау сызықты емес кері есептің шешімінің жалғыздығы туралы теоремалар.

- қатты өзгешеленген параболалық теңдеуге қойылған сызықты емес кері есептің шешімділік теоремалары.

- қатты өзгешеленген параболалық теңдеуге қойылған сызықты емес кері есептің шешімінің жалғыздығы туралы теоремалар.

Зерттеулердің сенімділігі мен негізділігі дифференциалдық теңдеулер үшін стандартты әдістерді жүйелі түрде пайдалану мен конструктивтілігімен қамтамасыз етіледі. Бұл Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім министрлігінің білім және ғылым саласындағы бақылау комитетімен ұсынылған жарияланымдармен расталады - сондай-ақ конференция материалдарында расталады.

Жарияланымдар. Диссертация тақырыбы бойынша негізгі нәтижелер 7 мақала мен 6 тезисте жарияланған. **Диссертация құрылымы.** Диссер-

тациялық жұмыс кіріспеден, төрт тараудан, қорытындыдан және әдебиеттер тізімінен тұрады.